O 2.º PROBLEMA CLÁSSICO DA GEOMETRIA: A DUPLICAÇÃO DO CUBO

Jacir J. Venturi

Prêmio Nobel por duas vezes, Albert Einstein (1879-1955) se faz oportuno: "Como pode a Matemática, sendo produto do pensamento humano, independente da experiência, se adaptar tão admiravelmente aos objetos da realidade?"

Apropriadamente já se definiu a Matemática como "rainha e serva de todas as ciências". E os apanágios de sua majestade são o rigor, a lógica e a harmonia.

Rigor e lógica deve ter sido a percepção do rei Ptolomeu que, ao folhear *Os Elementos,* de Euclides (c. 325 – c. 265 a.C) perguntou esperançosamente ao autor se não havia um caminho mais suave para aprender Geometria. Lacônico, Euclides teria respondido: "Não há estrada real para a Geometria".

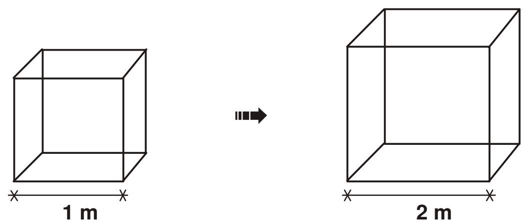
Em contrapartida, o renomado escritor argentino Ernesto Sábato descreve a Geometria como "um mundo de infinita harmonia," e que quando tinha doze anos assistiu à demonstração de um de seus teoremas e sentiu "uma espécie de vertigem".

Ao longo da história, a Geometria glorifica dois problemas que se tornaram clássicos: a quadratura do círculo (a descrição do problema da quadratura do círculo você encontra no meu *site* www.geometriaanalitica.com.br, em artigos) e a duplicação do cubo.

O PROBLEMA DA DUPLICAÇÃO DO CUBO OU PROBLEMA DELIANO

Durante o cerco espartano da Guerra do Peloponeso, conta uma lenda que, em 429 a.C., uma peste dizimou um quarto da população de Atenas, matando inclusive Péricles. Diz-se que uma plêiade de sábios fora enviada ao oráculo de Apolo, em Delos, para inquirir como a peste poderia ser eliminada.

O oráculo respondeu que o **altar cúbico de Apolo deveria ser duplicado**. Os atenienses celeremente dobraram as medidas das arestas do cubo.



A peste, em vez de se amainar, recrudesceu. Qual o erro?

Em vez de dobrar, os atenienses octoplicaram o volume do altar.

Pois:

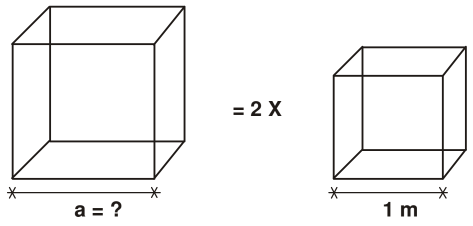
para a = 1 → $V_{cubo} = 1^3 = 1$

para a = 2 → $V_{cubo} = 2^3 = 8$

A complexidade do problema deve-se ao fato de que os gregos procuravam uma solução geométrica. E mais um complicador: com régua (sem escala) e compasso.

Ainda no século IV a.C., o geômetra grego Menaecmus resolveu o problema com o traçado de uma parábola e de uma hipérbole. Hodiernamente, tal solução é facilmente compreensível por meio da Geometria Analítica. Menaecmus obteve geometricamente o ponto de interseção da parábola $x^2 = 2y$ com a hipérbole $xy = 1$. A solução é $x = \sqrt[3]{2}$. Foi relativo o sucesso de Menaecmus entre os seus compatriotas: não se valeu de régua (sem escala), e compasso apenas!

A solução deste problema é trivial com os recursos da Álgebra: procura-se a aresta (a) de um cubo, cujo volume seja o dobro do volume de um cubo de a = 1 ($V_{cubo} = a^3$):



Cálculo de a:

$V_{\text{cubo de aresta a}} = 2 \times V_{\text{cubo de aresta 1}}$

$$a^3 = 2 \times 1^3$$

$$a^3 = 2$$

$$\mathbf{a = \sqrt[3]{2} \simeq 1{,}26\ m}$$

Ou seja: um cubo de a = $\sqrt[3]{2} \simeq 1{,}26$ tem o dobro do volume de um cubo cuja aresta seja 1 m.

Infere-se que os dois problemas clássicos da Geometria – quadratura do círculo e duplicação do cubo – têm soluções triviais através da Álgebra.

E a solução geométrica? Em 1837, Pierre L. Wantzel, um jovem professor e matemático francês de apenas 23 anos, demonstrou que os dois problemas em tela são irresolúveis utilizando apenas régua e compasso.

É importante corroborar que os gregos, além de não conhecerem a Álgebra, desenvolviam a Matemática como um desafio intelectual ou pelo sublime prazer de pensar.

Jacir J. Venturi

Diretor de escola, professor da UFPR por 25 anos e da PUCPR por 11 anos. Cidadão Honorário de Curitiba.

Autor dos livros *Álgebra Vetorial e Geometria Analítica* (9.ª edição) e *Cônicas e Quádricas* (5.ª edição).

Site: www.geometriaanalitica.com.br